

TEORIJA SIGNALA I INFORMACIJA

Studijski program: Primijenjeno računarstvo

I termin

Dr Nevena Radović

Uvodne napomene

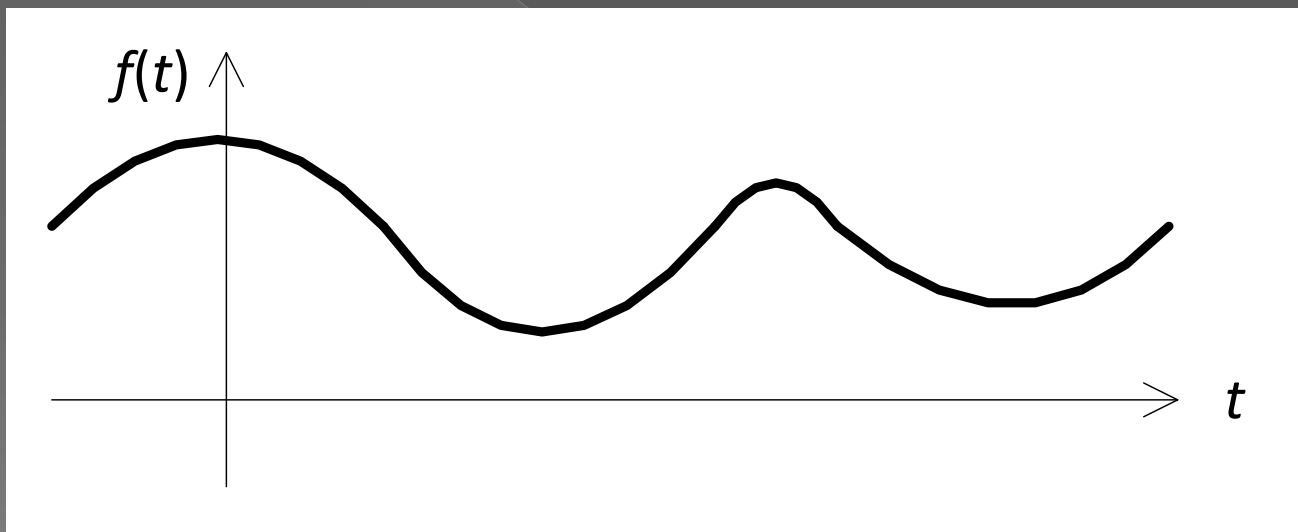
- ◉ ECTS katalog predmeta se nalazi na sajtu fakulteta
- ◉ Sva obavještenja vezana za predmet će biti blagovremeno istaknuta na sajtu fakulteta
- ◉ www.ucg.ac.me/etf
- ◉ E-mail: nevenar@ucg.ac.me
- ◉ Fond časova: 3P+1V
- ◉ Literatura:
 - > Z. Uskoković, Signali i sistemi – skripta
 - > LJ. Stanković, Digitalna obrada signala - knjiga

- **Oblici provjere znanja i ocjenjivanje:**
 - > Kolokvijum (midterm) – nosi maksimalno 50 poena,
 - > Završni ispit – nosi maksimalno 50 poena.
- Kolokvijum će se održati **27.03.2019.**, a popravni kolokvijum **15.05.2019.** Završni i popravni završni ispit zakazuje Prodekan za nastavu.
- Polaganjem popravnog kolokvijuma, odnosno popravnog završnog ispita automatski se poništavaju rezultati ostvareni polaganjem redovnog kolokvijuma, odnosno redovnog završnog ispita.
- Završni ispit pokriva isključivo materiju koja će biti izučavana nakon kolokvijuma. Kolokvijum i završni ispit, pored zadatka, uključuju i teorijska pitanja.
- Prelazna ocjena se dobija ako se kumulativno sakupi najmanje 50 poena.

Signali i sistemi

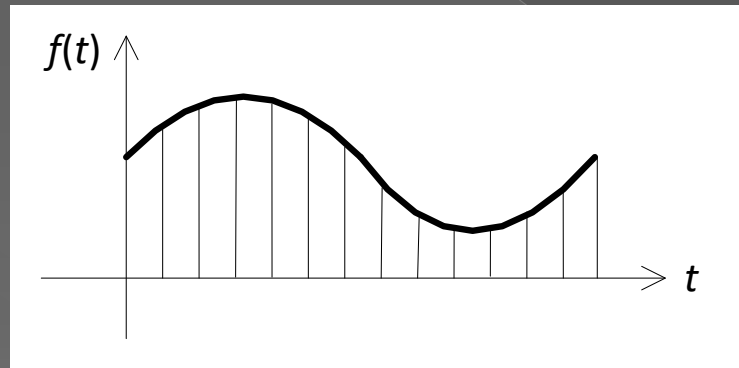
- **Signali** predstavljaju skupove informacija ili podataka. Najčešće su funkcije vremena, ali mogu biti i funkcije neke druge varijable.
- **Sistem** je objekat (entitet) koji obrađuje neki skup signala (ulazi) i proizvodi drugi skup signala (izlazi). Realizacija sistema:
 - > Fizički (hardware)
 - > Algoritam (software)

- ***Veličina signala*** – broj koji predstavlja veličinu ili jačinu nekog signala. Dva relevantna parametra su ***amplituda*** i ***dužina trajanja***.

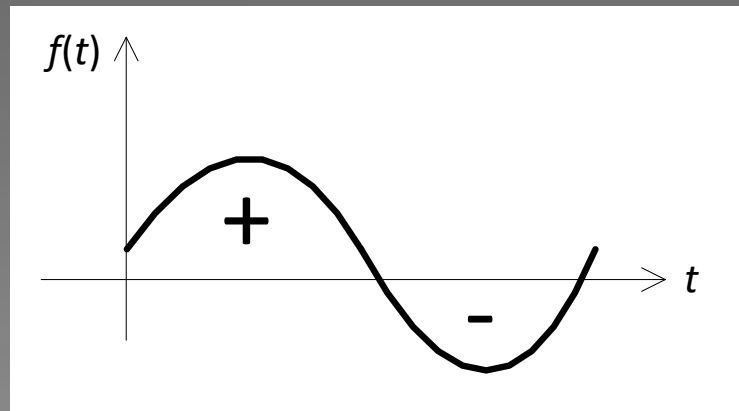


Energija signala

- Površina ispod krive signala:



$$\Leftrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt$$



Energija signala

- Energija realnog signala:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt$$

- Energija kompleksnog signala:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt$$

Snaga signala

- Potreban uslov da energija ima smisla (da je konačna) je: $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$
- Ako ovo nije ispunjeno, onda je energija beskonačna: $E \rightarrow \infty$
- U ovakvim uslovima, više ima smisla za mjeru veličine signala upotrijebiti snagu signala, tj. usrednjenu energiju ako postoji.

Snaga signala

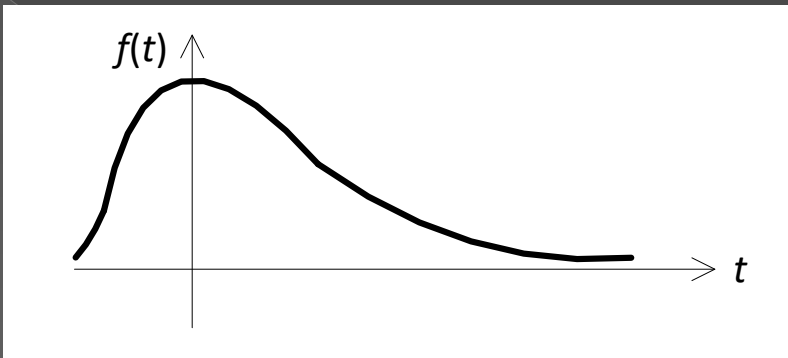
- Snaga realnog signala:

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f^2(t) dt$$

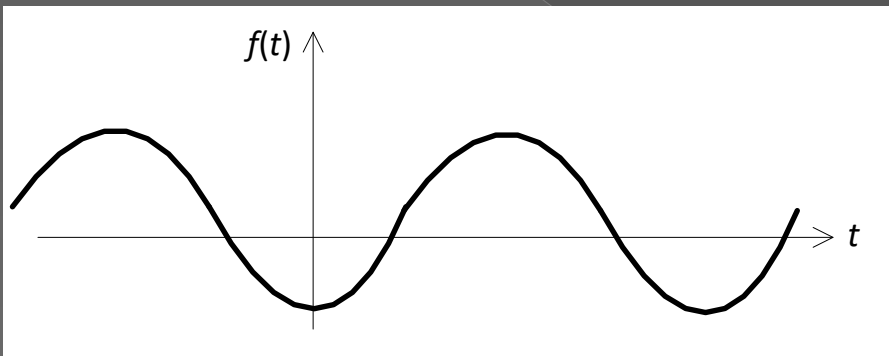
- Snaga kompleksnog signala:

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt$$

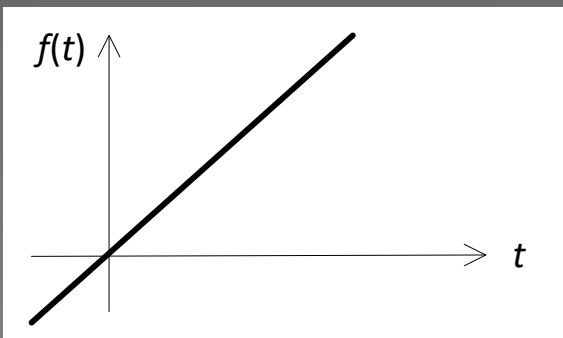
- Napomena: Snaga postoji kao konačna veličina samo ako je signal periodičan, ili ima neku statističku pravilnost.



E konačna



P konačna



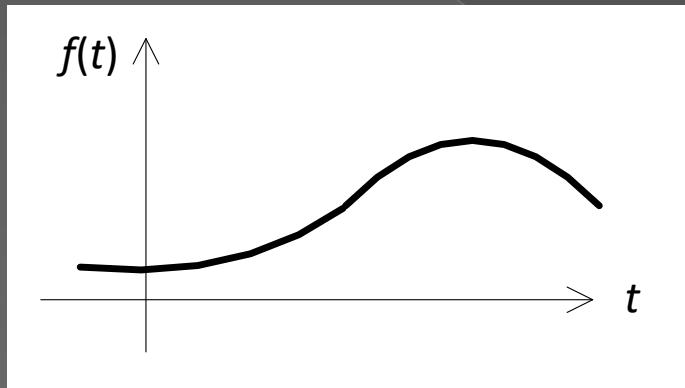
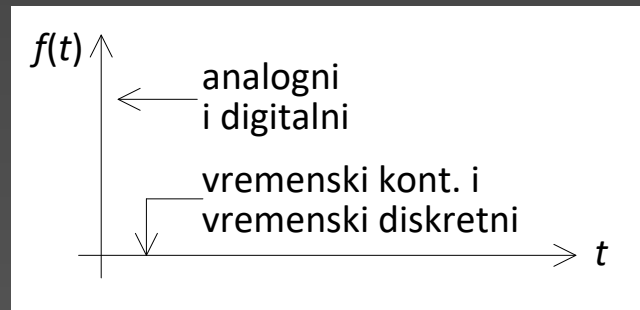
Ni E ni P nijesu
konačne veličine

Klasifikacija signala

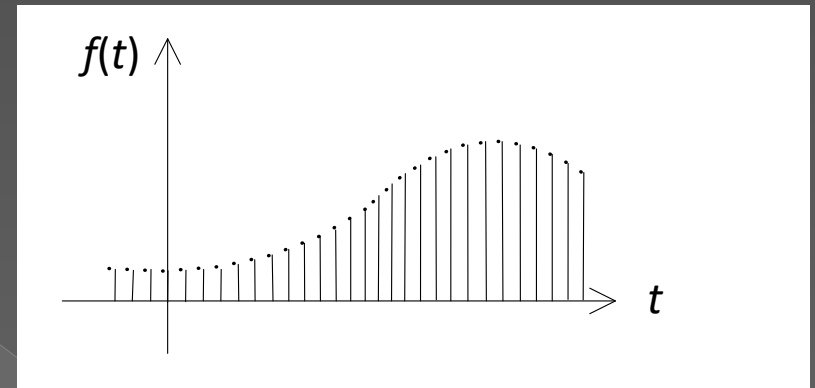
- Postoji više vrsta klasifikacija signala. Ovdje ćemo navesti samo neke, interesantne za naša razmatranja:
 - > Vremenski kontinualni i vremenski diskretni signali;
 - > Analogni i digitalni signali;
 - > Periodični i neperiodični signali;
 - > Energetski i signali snage;
 - > Deterministički i probabilistički.

Klasifikacija signala

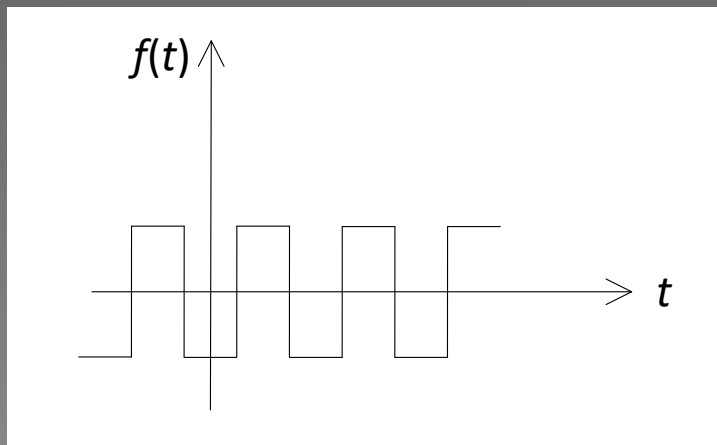
- Signal definisan u svakom trenutku vremena naziva se **vremenski kontinualan**, a onaj koji je definisan samo u nekim diskretnim trenucima vremena naziva se **vremenski diskretni** signal.
- Signal čija amplituda može uzeti bilo koju vrijednost iz nekog opsega naziva se **analogni** signal. Ako amplituda može uzeti samo diskretnu vrijednost, onda se on naziva **digitalni**.
- Napomena: Često se pomiješaju pojmovi vremenski kontinualni i analogni, kao i vremenski diskretni i digitalni signali. Međutim, analogni ne znači automatski i vremenski kontinualan, kako ni što digitalni ne znači vremenski diskretni.



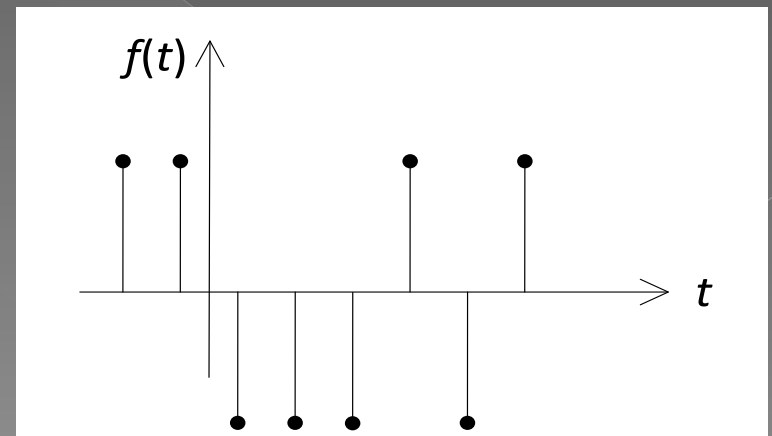
Analogni, vremenski kontinualni signal



Analogni, vremenski diskretni signal



Digitalni, vremenski kontinualni signal



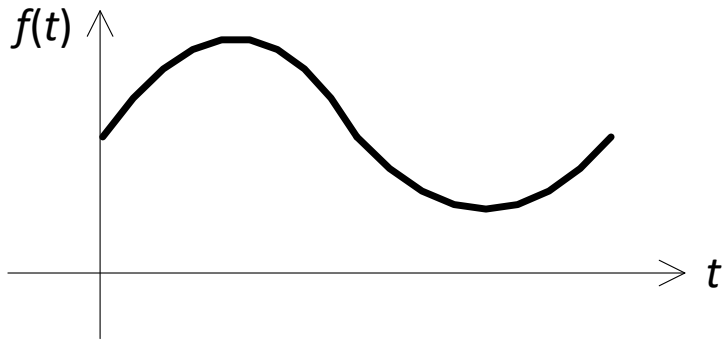
Digitalni, vremenski diskretni signal

Klasifikacija signala

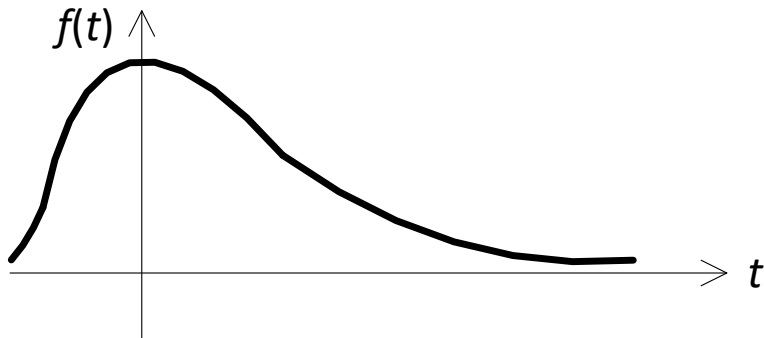
- Za signal se kaže da je **periodičan** ako važi:

$$f(t) = f(t + T_0), \quad T_0 > 0, \quad \forall t$$

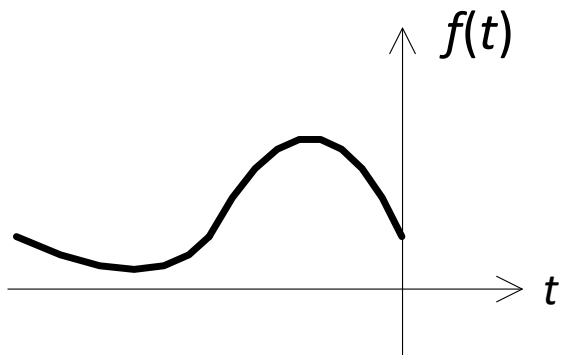
- Najmanje T_0 koje zadovoljava definiciju, naziva se **perioda**. Po definiciji, periodični signal je beskonačnog trajanja. Takođe, ako je $f(t)$ periodičan, on se može generisati sa n periodičnih ponavljanja bilo kojeg segmenta u trajanju T_0 .
- **Vječiti** signal je signal koji počinje za $t \rightarrow -\infty$ i neograničenog je trajanja. Periodični signali su vječiti (ili stalni) signali po svojoj definiciji.



Kauzalni signal (ne počinje prije $t=0$)



**Nekauzalni (počinje prije $t=0$;
Svi vječiti signali su nekauzalni)**



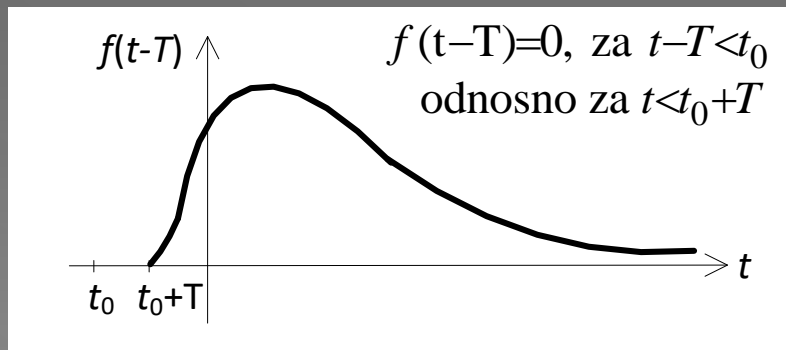
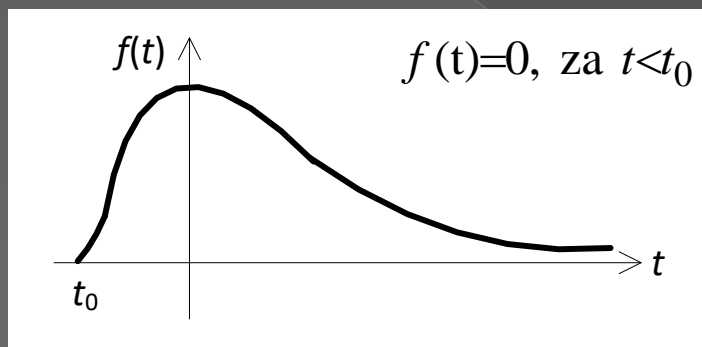
**Antikauzalni signal (signal se završava
za $t \geq 0$)**

Klasifikacija signala

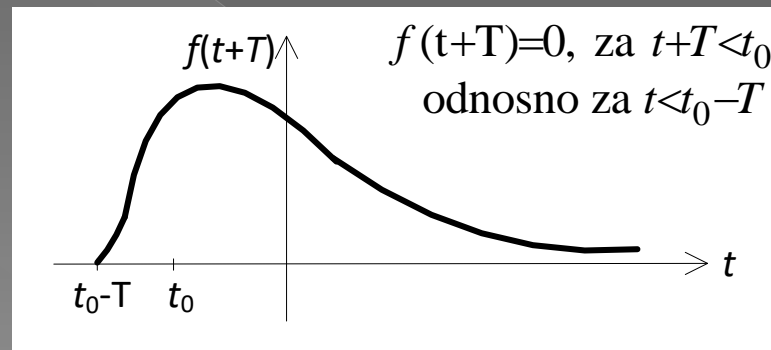
- Vječiti signali su uvijek i nekauzalni signali. Nekauzalni signal ne mora biti vječiti signal, jer nekauzalni signal ne mora počinjati za $t \rightarrow -\infty$, niti mora biti neograničenog trajanja (do $t \rightarrow +\infty$). U praksi ne mogu biti generisani pravi vječiti signali.
- Signal sa konačnom energijom je **energetski** signal. Signal sa konačnom i nenultom snagom je **signal snage**.
- Signal sa konačnom energijom ima snagu nula, a signal sa konačnom snagom ima ∞ energiju. Dakle, jedan signal ne može biti i energetski i signal snage. Postoje, međutim, signali koji ne pripadaju ni jednoj od ove dvije kategorije (npr. rampa signal).
- Signal koji se može opisati (ili analitički ili grafički) naziva se **deterministički**. Ako vrijednosti signala nijesu tačno poznate, već ih preko opisa tipa: srednje vrijednosti, standardne devijacije (tj. preko veličina iz teorije vjerovatnoće) nazivaju se **slučajni** signali (**random** signali).

Operacije nad signalima

○ Pomijeranje (time-shifting)



Kašnjenje

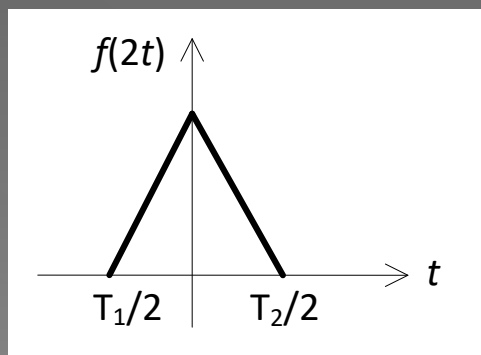
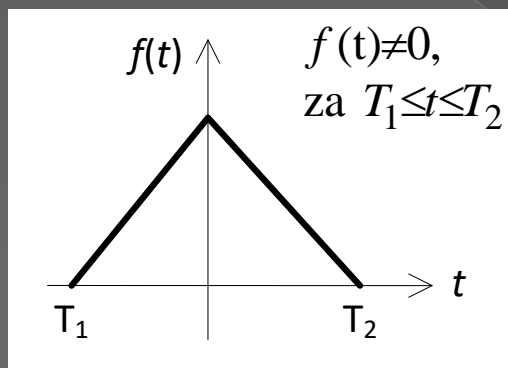


Prednjačenje

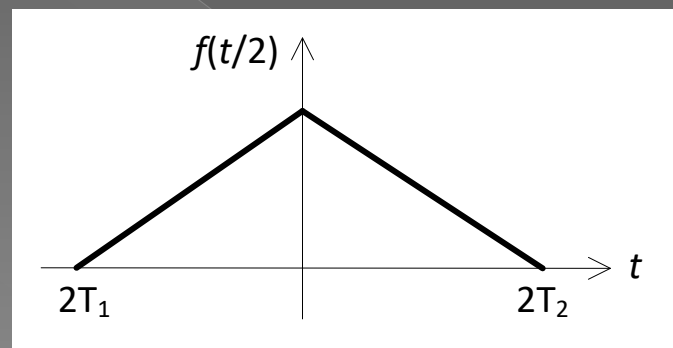
Operacije nad signalima

Skaliranje:

$\phi(t)=f(at)$, $a>1$, sažimanje
 $a<1$, razvlačenje



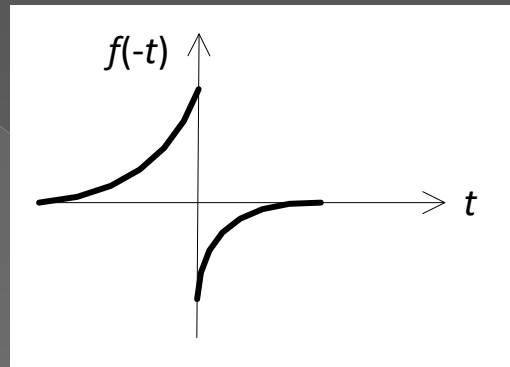
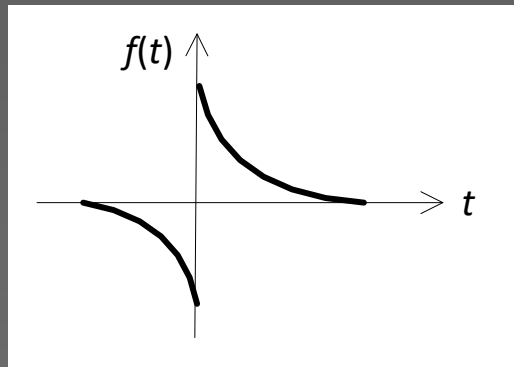
$f(2t) \neq 0$, za $T_1 \leq 2t \leq T_2$
odnosno za $T_1/2 \leq t \leq T_2/2$



$f(t/2) \neq 0$, za $T_1 \leq t/2 \leq T_2$
odnosno za $2T_1 \leq t \leq 2T_2$

Operacije nad signalima

- Inverzija:

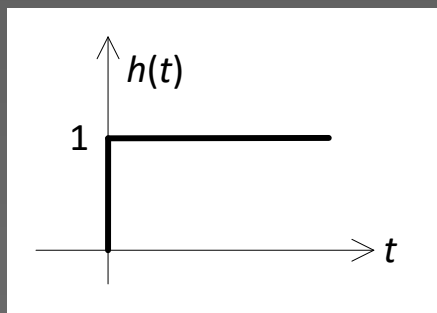


- U opštem slučaju:

$$\phi(t) = f(at - b), \quad \text{kombinacija prostih operacija}$$

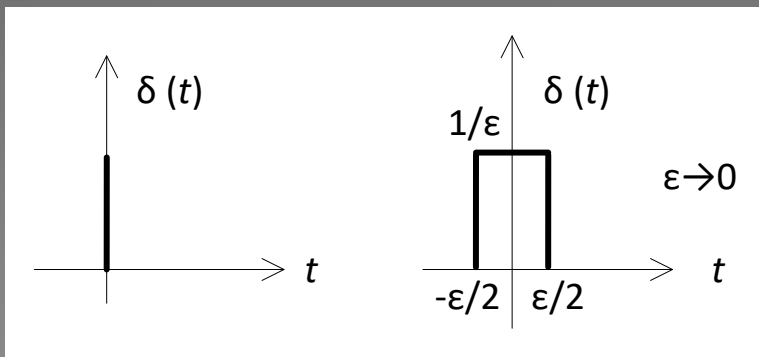
Neki korisni signali

● Jedinični step signal (Hevisajdova funkcija)



$$h(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

● Jedinična impulsna funkcija (Dirakova funkcija)



$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t \neq 0 \\ \infty, & t = 0 \end{cases}$$

tako da je $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$

Neki korisni signali

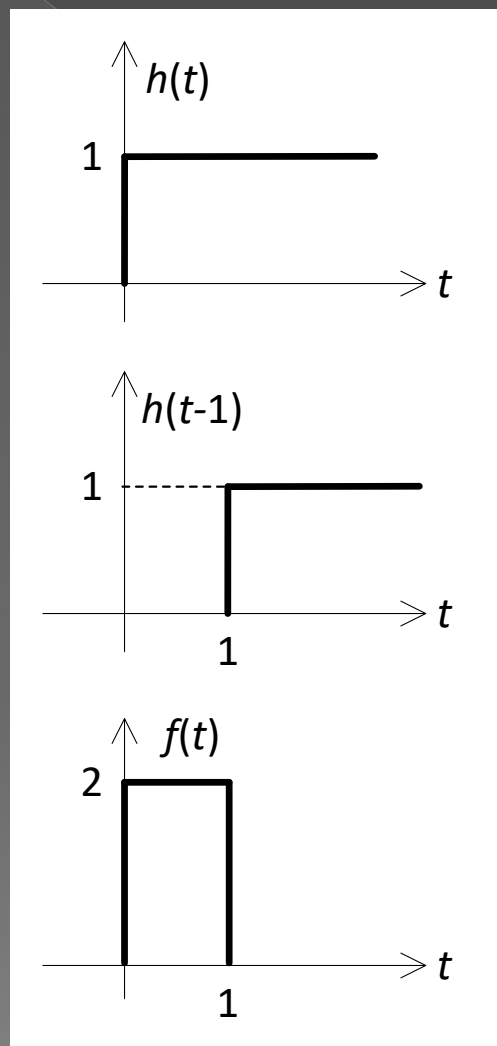
- Eksponencijalna funkcija

$$f(t) = e^{st}, \quad s = \sigma + j\omega, \quad s^* = \sigma - j\omega$$

$$e^{st} = e^{(\sigma + j\omega)t} = e^{\sigma t} (\cos \omega t + j \sin \omega t)$$

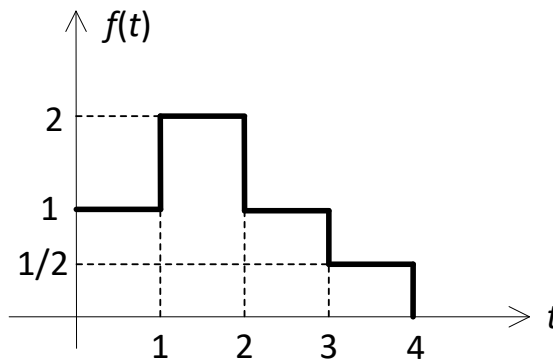
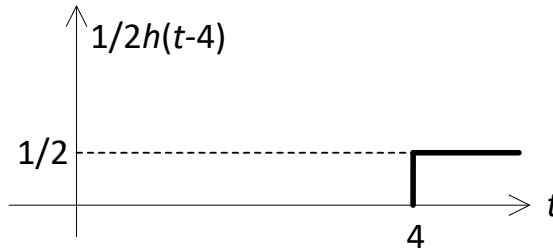
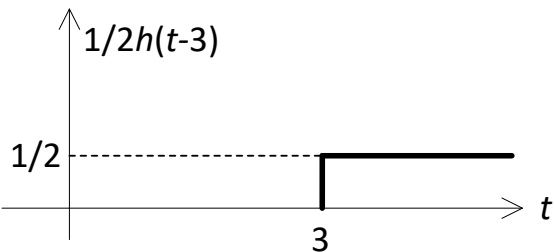
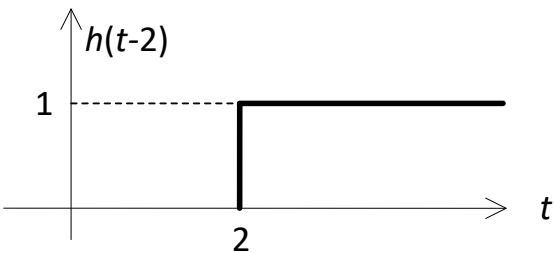
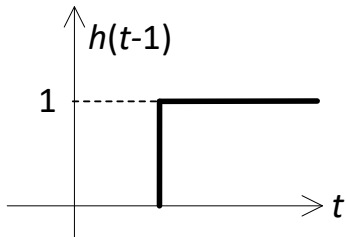
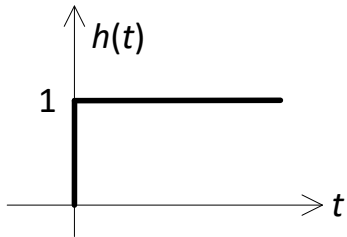
$$e^{s^*t} = e^{(\sigma - j\omega)t} = e^{\sigma t} (\cos \omega t - j \sin \omega t)$$

- Primjer 1. Odrediti energiju signala $f(t)=2h(t)-2h(t-2)$.



$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt = \int_0^1 (2)^2 dt = 4 \int_0^1 dt = 4t \Big|_0^1 = 4$$

- Primjer 2. Odrediti energiju signala $f(t)=h(t)+h(t-1)-h(t-2)-1/2h(t-3)-1/2h(t-4)$.



$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt = \int_0^1 dt + \int_1^2 2^2 dt + \int_2^3 dt + \int_3^4 \left(\frac{1}{2}\right)^2 dt = \frac{25}{4}$$